

Die Geschwindigkeitsverteilung an der ebenen Platte im Gitterverband

Müftüoglu, O. Saffet

Veröffentlicht in:
Abhandlungen der Braunschweigischen
Wissenschaftlichen Gesellschaft Band 6, 1954,
S. 220-226



Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig

Die Geschwindigkeitsverteilung an der ebenen Platte im Gitterverband

Von **O. Saffet Müftüoglu**, Istanbul

Mit 5 Abbildungen

Vorgelegt von Herrn **H. Schlichting**

Summary: The velocity distribution on the flat plate in cascades is calculated by means of conformal mapping for values of the solidity $t/l = 0,5; 0,75; 1,0$ and $1,5$ and of angles of stagger $\lambda = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$, and 60° .

Für die Berechnung von Strömungen durch ebene Schaufelgitter ist es nützlich, die Geschwindigkeitsverteilung der ebenen Platte im Gitterverband zu kennen. Mit Hilfe der konformen Abbildung wurden kürzlich von N. Scholz [1] die Berechnungsformeln hierfür abgeleitet. Ihre recht mühsame numerische Auswertung wurde dabei jedoch nur in einem gewissen Umfang mitgeteilt. Da zur Berechnung allgemeiner Schaufelgitter die Geschwindigkeitsverteilung an der ebenen Platte universelle Bedeutung besitzt, soll in der vorliegenden Note die numerische Auswertung der früher angegebenen Formeln vervollständigt werden.

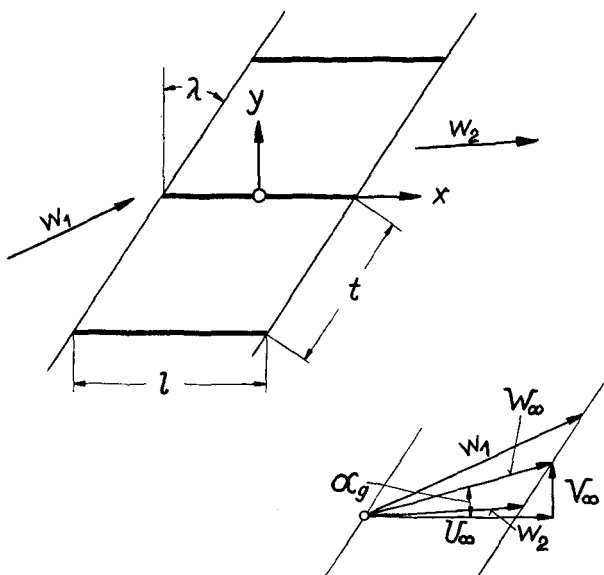


Abb. 1. Strömung durch ein ebenes Plattengitter.

w_1 = Zuströmgeschwindigkeit. w_2 = Abströmgeschwindigkeit. $w_\infty = 1/2 |w_1 + w_2|$; $V_\infty = U_\infty \cdot \tan \alpha_g$,

Die Bezeichnungen sind in Abb. 1 erläutert. Im einzelnen werden die Ergebnisse der numerischen Rechnung für die Teilungsverhältnisse

$t/l = 0,5; 0,75; 1,0$ und $1,5$

und für die Staffelungswinkel

$$\lambda = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ \text{ und } 60^\circ$$

mitgeteilt.

Für die Rechnungen wurden die in [1] abgeleiteten Beziehungen verwandt. Mit $U(x) = U_\infty + u(x)$ als Geschwindigkeit an der Platte lautet die Formel für die induzierte Zusatzgeschwindigkeit $u(x)$ längs der ebenen Platte bei $\lambda \neq 0$:

$$\begin{aligned} & \frac{u(x)}{U_\infty \operatorname{tg} \alpha_g} \\ &= \frac{\sin \lambda \cos \lambda \frac{1-\kappa^2}{1+\kappa^2} (1 + \cos 2\varphi) - \sin \lambda \cos \lambda \frac{1+\kappa^2}{1-\kappa^2} (1 - \cos 2\varphi) - \cos 2\lambda \sin 2\varphi}{\frac{1+\kappa^2}{1-\kappa^2} \cos^2 \lambda (1 - \cos 2\varphi)} \\ &+ \frac{k_0 \frac{\pi l}{2t} \cos \lambda \frac{1+\kappa^2}{\kappa} \sin \varphi - k_0 \frac{\pi l}{2t} \sin \lambda \frac{1-\kappa^2}{\kappa} \cos \varphi}{\frac{1-\kappa^2}{1+\kappa^2} \sin^2 \lambda (1 + \cos 2\varphi) - \sin 2\lambda \sin 2\varphi} \quad (1)^* \end{aligned}$$

*) Es sei hier auf die in [1] Gl. (17) und (18) unterlaufenen Druckfehler aufmerksam gemacht, die in unseren Gl. (1) und (2) berichtigt wurden.

Zahlentafel 1. Induzierte Tangentialgeschwindigkeit an der ungestaffelten ebenen Platte im Gitter, $\lambda = 0^\circ$. $u_{\text{Druck}} = -u_{\text{Saug}}$

t/l	0,5	0,75	1,00	1,50
$\frac{x}{l/2}$	$\frac{u_{\text{Saug}}}{U_\infty \operatorname{tg} \alpha_g}$	$\frac{u_{\text{Saug}}}{U_\infty \operatorname{tg} \alpha_g}$	$\frac{u_{\text{Saug}}}{U_\infty \operatorname{tg} \alpha_g}$	$\frac{u_{\text{Saug}}}{U_\infty \operatorname{tg} \alpha_g}$
-1,00	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
-0,95	3,420	4,081	4,600	5,314
-0,90	2,130	2,731	3,150	3,720
-0,85	1,650	2,106	2,450	3,000
-0,80	1,299	1,720	2,050	2,500
-0,70	0,845	1,242	1,557	1,877
-0,60	0,593	0,946	1,255	1,528
-0,50	0,424	0,738	1,018	1,281
-0,40	0,307	0,584	0,840	1,093
-0,30	0,223	0,466	0,699	0,943
-0,20	0,162	0,372	0,586	0,819
-0,10	0,118	0,302	0,493	0,715
0	0,086	0,243	0,415	0,625
+0,10	0,063	0,195	0,350	0,546
0,20	0,046	0,158	0,294	0,477
0,30	0,033	0,126	0,246	0,414
0,40	0,024	0,101	0,205	0,357
0,50	0,018	0,080	0,169	0,305
0,60	0,013	0,062	0,137	0,256
0,70	0,009	0,047	0,108	0,208
0,80	0,006	0,034	0,081	0,160
0,85	0,005	0,028	0,067	0,135
0,90	0,004	0,022	0,053	0,107
0,95	0,002	0,011	0,030	0,064
1,00	0	0	0	0

Dabei ist der Zusammenhang zwischen dem Kreiswinkel φ und der Koordinate x längs der Platte gegeben durch die Beziehung:

$$\frac{x}{l/2} = \frac{t}{\pi l} \left\{ \cos \lambda \ln \frac{\kappa^2 + 1 + 2\kappa \cos \varphi}{\kappa^2 + 1 - 2\kappa \cos \varphi} + 2 \sin \lambda \operatorname{arctg} \left(\frac{2\kappa}{1 - \kappa^2} \sin \varphi \right) \right\} \quad (2)$$

Für das ungestaffelte Gitter ($\lambda = 0$) lassen sich beide Gleichungen zusammenfassen, so daß sich für die Zusatzgeschwindigkeit ergibt:

$$\frac{u(x)}{U_{\infty} \operatorname{tg} \alpha_g} = \frac{1}{\cosh \frac{\pi l}{2t}} \sqrt{\frac{\sinh \left[\frac{\pi l}{2t} \left(1 - \frac{2x}{l} \right) \right]}{\sinh \left[\frac{\pi l}{2t} \left(1 + \frac{2x}{l} \right) \right]}} \quad (3)$$

Die Zahlenwerte der Parameter k_0 und κ sind in [1] (Tabelle 1 und 2) in Abhängigkeit vom Teilungsverhältnis t/l und Staffelungswinkel λ mitgeteilt worden.

Zahlentafel 2. Induzierte Tangentialgeschwindigkeit an der gestaffelten ebenen Platte im Gitter, Staffelungswinkel $\lambda = 30^\circ$

t/l	0,5		0,75		1,0		1,5	
$\frac{x}{l/2}$	u_{Saug} $U_{\infty} \operatorname{tg} \alpha_g$	u_{Druck} $U_{\infty} \operatorname{tg} \alpha_g$	u_{Saug} $U_{\infty} \operatorname{tg} \alpha_g$	u_{Druck} $U_{\infty} \operatorname{tg} \alpha_g$	u_{Saug} $U_{\infty} \operatorname{tg} \alpha_g$	u_{Druck} $U_{\infty} \operatorname{tg} \alpha_g$	u_{Saug} $U_{\infty} \operatorname{tg} \alpha_g$	u_{Druck} $U_{\infty} \operatorname{tg} \alpha_g$
-1,00	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$
-0,95	4,30	-3,75	4,70	-4,15	5,00	-4,50	5,60	-4,90
-0,90	2,64	-2,45	3,05	-2,86	3,37	-3,20	3,76	-3,58
-0,85	1,950	-1,780	2,380	-2,220	2,700	-2,550	3,070	-2,960
-0,80	1,500	-1,478	1,950	-1,850	2,270	-2,150	2,600	-2,520
-0,70	0,954	-1,121	1,450	-1,450	1,730	-1,670	2,030	-2,000
-0,60	0,589	-0,923	1,070	-1,193	1,348	-1,384	1,658	-1,685
-0,50	0,311	-0,805	0,788	-1,021	1,071	-1,196	1,386	-1,439
-0,40	0,096	-0,732	0,560	-0,910	0,850	-1,060	1,178	-1,269
-0,30	-0,074	-0,682	0,370	-0,829	0,666	-0,955	1,000	-1,137
-0,20	-0,209	-0,650	0,207	-0,769	0,508	-0,875	0,847	-1,031
-0,10	-0,316	-0,628	0,070	-0,723	0,369	-0,811	0,713	-0,945
0	-0,388	-0,610	-0,045	-0,686	0,246	-0,759	0,591	-0,872
+0,10	-0,440	-0,600	-0,142	-0,656	0,135	-0,717	0,479	-0,808
0,20	-0,480	-0,592	-0,223	-0,612	0,036	-0,682	0,374	-0,751
0,30	-0,509	-0,589	-0,292	-0,612	-0,050	-0,651	0,277	-0,700
0,40	-0,529	-0,584	-0,350	-0,596	-0,128	-0,624	0,190	-0,653
0,50	-0,543	-0,582	-0,400	-0,582	-0,197	-0,599	0,109	-0,610
0,60	-0,555	-0,580	-0,441	-0,571	-0,260	-0,575	0,034	-0,567
0,70	-0,561	-0,579	-0,475	-0,562	-0,320	-0,553	-0,037	-0,524
0,80	-0,568	-0,577	-0,504	-0,552	-0,376	-0,530	-0,111	-0,477
0,85	-0,570	-0,576	-0,516	-0,552	-0,403	-0,519	-0,151	-0,450
0,90	-0,571	-0,576	-0,527	-0,550	-0,429	-0,507	-0,198	-0,419
0,95	-0,573	-0,575	-0,536	-0,547	-0,455	-0,495	-0,220	-0,390
1,00	-0,574	-0,574	-0,545	-0,545	-0,481	-0,481	-0,329	-0,329

An der Hinterkante der Platte wird die Geschwindigkeit nach Gl. (1) unbestimmt von der Form 0/0. Durch Anwendung der Hospitalschen Regel erhält man als Grenzwert für die Geschwindigkeit an der Hinterkante $\varphi_H (x = +l/2)$:

$$\left(\frac{u}{U_\infty \operatorname{tg} \alpha_g} \right)_{\varphi \rightarrow \varphi_H} = \frac{2 \cos 2\lambda \cdot \sin^2 2\varphi_H - \sin 4\varphi_H (\cos^2 \lambda \operatorname{tg} \varphi_H + \sin^2 \lambda \operatorname{cotg} \varphi_H)}{2 \sin 2\lambda}, \quad (4)$$

wobei der Kreiswinkel für die Plattenhinterkante aus:

$$\operatorname{tg} \varphi_H = \frac{1 - \kappa^2}{1 + \kappa^2} \operatorname{tg} \lambda$$

folgt.

Die Ergebnisse der Rechnung sind in den Tabellen 1 bis 4 und den Abb. 2 bis 5 zusammengefaßt. Die Bilder enthalten zum Vergleich die Geschwindigkeitsverteilung der ebenen Einzelplatte. Beim ungestaffelten Gitter sind die induzierten Zusatzgeschwindigkeiten auf Saug- und Druckseite entgegengesetzt gleich groß, und zwar auf der Saugseite $+\gamma/2$ und auf der Druckseite $-\gamma/2$, wenn $\gamma (x)$ die Zirkulationsverteilung der ebenen Platte bedeutet. Während

Zahlentafel 3. Induzierte Tangentialgeschwindigkeit an der gestaffelten ebenen Platte im Gitter, Staffelungswinkel $\lambda = 45^\circ$

t/l	0,5		0,75		1,0		1,5	
x $l/2$	u_{Saug} $U_\infty \operatorname{tg} \alpha_g$	u_{Druck} $U_\infty \operatorname{tg} \alpha_g$	u_{Saug} $U_\infty \operatorname{tg} \alpha_g$	u_{Druck} $U_\infty \operatorname{tg} \alpha_g$	u_{Saug} $U_\infty \operatorname{tg} \alpha_g$	u_{Druck} $U_\infty \operatorname{tg} \alpha_g$	u_{Saug} $U_\infty \operatorname{tg} \alpha_g$	u_{Druck} $U_\infty \operatorname{tg} \alpha_g$
-1,00	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$
-0,95	4,70	-4,40	5,20	-4,70	5,60	-5,00	6,10	-5,40
-0,90	3,20	-3,05	3,62	-3,33	3,93	-3,53	4,37	-3,88
-0,85	2,500	-2,400	2,900	-2,660	3,210	-2,870	3,650	-3,190
-0,80	2,000	-1,940	2,420	-2,240	2,730	-2,450	3,120	-2,720
-0,70	1,245	-1,405	1,890	-1,774	2,115	-1,960	2,306	-2,190
-0,60	0,791	-1,239	1,442	-1,511	1,692	-1,672	1,912	-1,866
-0,50	0,425	-1,148	1,098	-1,355	1,390	-1,490	1,632	-1,644
-0,40	0,115	-1,092	0,806	-1,250	1,133	-1,362	1,403	-1,485
-0,30	-0,152	-1,057	0,553	-1,178	0,900	-1,269	1,207	-1,360
-0,20	-0,395	-1,036	0,323	-1,126	0,701	-1,200	1,035	-1,259
-0,10	-0,573	-1,023	0,118	-1,090	0,514	-1,144	0,882	-1,176
0	-0,707	-1,015	-0,066	-1,064	0,340	-1,100	0,741	-1,106
+0,10	-0,802	-1,011	-0,232	-1,044	0,184	-1,064	0,611	-1,046
0,20	-0,867	-1,009	-0,376	-1,028	0,042	-1,034	0,488	-0,991
0,30	-0,913	-1,007	-0,501	-1,016	-0,096	-1,009	0,373	-0,942
0,40	-0,944	-1,005	-0,608	-1,007	-0,218	-0,989	0,262	-0,897
0,50	-0,964	-1,004	-0,696	-0,998	-0,330	-0,969	0,153	-0,854
0,60	-0,977	-1,002	-0,766	-0,992	-0,436	-0,950	0,047	-0,814
0,70	-0,986	-1,001	-0,823	-0,985	-0,533	-0,931	-0,054	-0,771
0,80	-0,992	-1,000	-0,869	-0,979	-0,619	-0,912	-0,161	-0,724
0,85	-0,994	-0,999	-0,889	-0,975	-0,659	-0,900	-0,217	-0,697
0,90	-0,996	-0,999	-0,907	-0,971	-0,698	-0,887	-0,276	-0,667
0,95	-0,996	-0,998	-0,925	-0,965	-0,740	-0,871	-0,350	-0,630
1,00	-0,997	-0,997	-0,948	-0,948	-0,820	-0,820	-0,501	-0,501

bei der ebenen Einzelplatte der Zirkulationsschwerpunkt bei $1/4$ der Plattentiefe l liegt, rückt dieser mit enger werdender Teilung weiter zur Platten-vorderkante und erreicht im Grenzfall $t/l = 0$ die Plattenvorderkante. Beim gestaffelten Gitter werden durch die Wirbelbelegungen der benachbarten Platten zusätzliche Tangentialgeschwindigkeiten an der Platte erzeugt, so daß die Geschwindigkeitsverteilungen auf Saug- und Druckseite der Platten nicht mehr diese Symmetrie besitzen.

Literatur

[1] N. Scholz, Berechnung der Druckverteilung der ebenen Platte im Gitterverband. Abhandlung d. Braunschweigischen Wissenschaftlichen Gesellschaft, Band V, S. 152 bis 163, 1953.

Institut für Strömungsmechanik der T. H. Braunschweig.

Zahlentafel 4. Induzierte Tangentialgeschwindigkeit an der gestaffelten ebenen Platte im Gitter, Staffelungswinkel $\lambda = 60^\circ$

t/l	0,5		0,75		1,0		1,5	
x	u_{Saug}	u_{Druck}	u_{Saug}	u_{Druck}	u_{Saug}	u_{Druck}	u_{Saug}	u_{Druck}
$l/2$	$U_\infty \text{tg } \alpha_g$	$U_\infty \text{tg } \alpha_g$	$U_\infty \text{tg } \alpha_g$	$U_\infty \text{tg } \alpha_g$	$U_\infty \text{tg } \alpha_g$	$U_\infty \text{tg } \alpha_g$	$U_\infty \text{tg } \alpha_g$	$U_\infty \text{tg } \alpha_g$
-1,00	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$
-0,95	5,20	-4,60	6,00	-5,60	6,50	-6,30	6,50	-6,60
-0,90	3,59	-3,15	4,50	-3,91	5,00	-4,40	4,84	-4,43
-0,85	2,950	-2,610	3,800	-3,160	4,200	-3,560	3,920	-3,620
-0,80	2,450	-2,303	3,300	-2,750	3,630	-3,080	3,400	-3,140
-0,70	1,750	-2,005	2,637	-2,300	2,910	-2,542	2,745	-2,570
-0,60	1,256	-1,871	2,206	-2,069	2,435	-2,240	2,330	-2,230
-0,50	0,809	-1,807	1,771	-1,933	2,085	-2,056	2,020	-1,991
-0,40	0,383	-1,769	1,386	-1,851	1,782	-1,934	1,766	-1,821
-0,30	-0,025	-1,751	1,048	-1,798	1,511	-1,848	1,560	-1,691
-0,20	-0,462	-1,742	0,730	-1,760	1,266	-1,782	1,376	-1,585
-0,10	-0,879	-1,738	0,410	-1,732	1,032	-1,733	1,210	-1,499
0	-1,192	-1,736	0,103	-1,711	0,803	-1,695	1,056	-1,425
+0,10	-1,417	-1,735	-0,207	-1,697	0,572	-1,664	0,910	-1,358
0,20	-1,549	-1,735	-0,507	-1,688	0,342	-1,637	0,767	-1,300
0,30	-1,628	-1,734	-0,777	-1,683	0,112	-1,614	0,627	-1,246
0,40	-1,678	-1,734	-1,015	-1,680	-0,118	-1,593	0,486	-1,194
0,50	-1,703	-1,733	-1,208	-1,678	-0,343	-1,574	0,343	-1,144
0,60	-1,715	-1,733	-1,361	-1,677	-0,559	-1,554	0,200	-1,091
0,70	-1,722	-1,732	-1,484	-1,676	-0,762	-1,534	0,049	-1,035
0,80	-1,726	-1,732	-1,575	-1,676	-0,955	-1,511	-0,110	-0,971
0,85	-1,728	-1,731	-1,610	-1,676	-1,047	-1,496	-0,193	-0,934
0,90	-1,729	-1,731	-1,636	-1,675	-1,134	-1,477	-0,285	-0,890
0,95	-1,729	-1,730	-1,657	-1,675	-1,226	-1,450	-0,395	-0,827
1,00	-1,730	-1,730	-1,674	-1,674	-1,369	-1,369	-0,642	-0,642

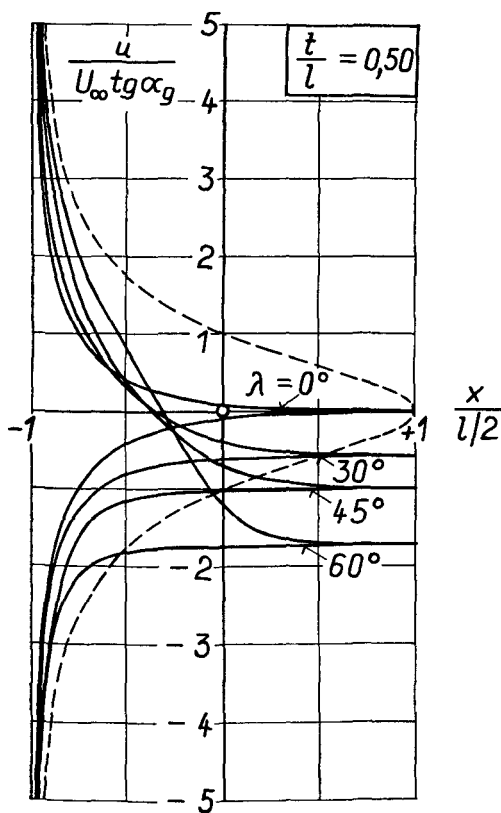


Abb. 2. Induzierte Tangentialgeschwindigkeiten auf der Kontur der ebenen Platte im Gitter für $t/l = 0,5$ und $\lambda = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ und 60° (die gestrichelte Linie stellt die Einzelplatte dar).

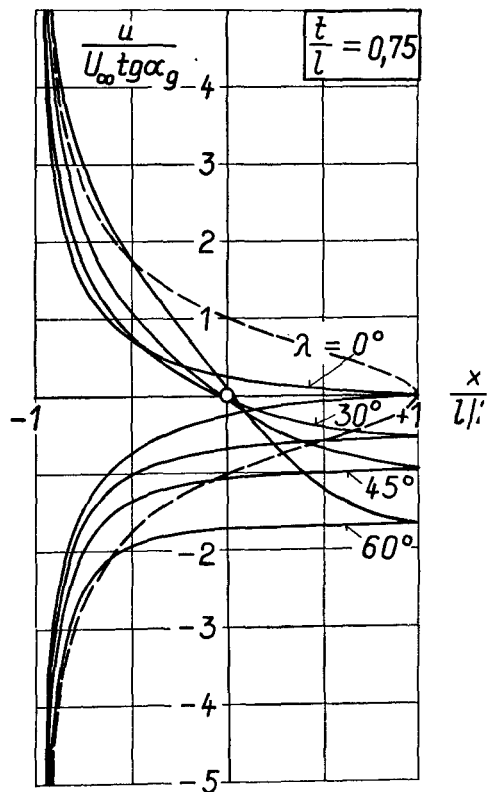


Abb. 3. Induzierte Tangentialgeschwindigkeiten auf der Kontur der ebenen Platte im Gitter für $t/l = 0,75$ und $\lambda = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ und 60° (die gestrichelte Linie stellt die Einzelplatte dar).

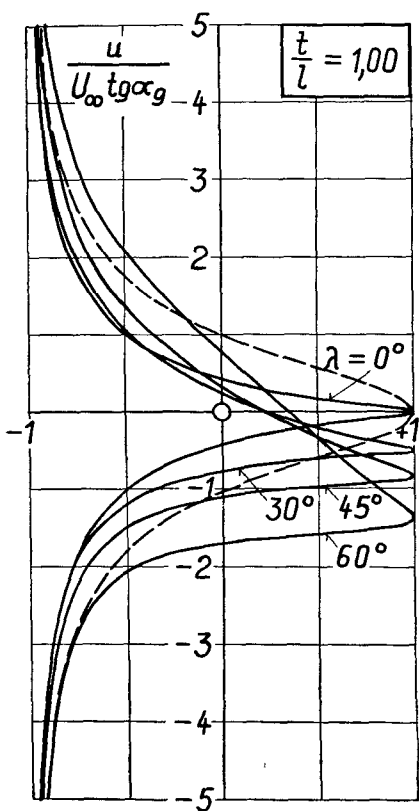


Abb. 4. Induzierte Tangentialgeschwindigkeiten auf der Kontur der ebenen Platte im Gitter für $t/l = 1,0$ und $\lambda = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ und 60° (die gestrichelte Linie stellt die Einzelplatte dar).

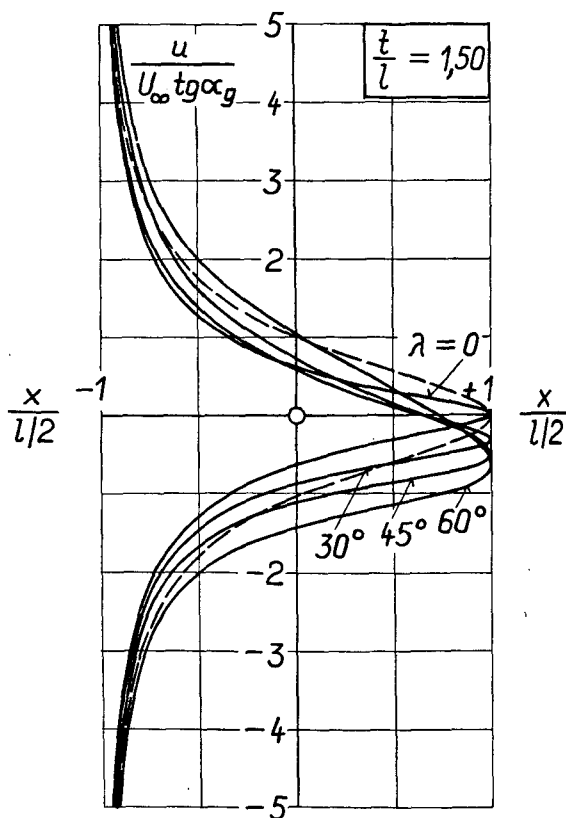


Abb. 5. Induzierte Tangentialgeschwindigkeiten auf der Kontur der ebenen Platte im Gitter für $t/l = 1,5$ und $\lambda = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ und 60° (die gestrichelte Linie stellt die Einzelplatte dar).